

# Representaciones y cálculos con Maple

- - -

V Congreso Nacional de Matemática  
6 al 10 de octubre de 2014

Arsenio Cornejo Jordán  
Dept. de Matemática  
Universidad de Panamá

octubre 6, 2014

# Temas

- 1 Introducción
- 2 Cálculo Numérico con Maple
- 3 Variables en Maple
  - Programas
  - Variables
- 4 Ecuaciones como valores de variables
- 5 Gráficas de Funciones
- 6 Librerías
- 7 Derivadas e Integrales
- 8 Integración

# Introducción

En esta conferencia señalamos algunas características del entorno computacional Maple y sugerimos cómo puede emplearse para aprender matemática.

THE PURPOSE OF COMPUTING IS INSIGHT, NOT NUMBERS.  
-Richard Hamming-

# Temas

- 1 Introducción
- 2 Cálculo Numérico con Maple**
- 3 Variables en Maple
  - Programas
  - Variables
- 4 Ecuaciones como valores de variables
- 5 Gráficas de Funciones
- 6 Librerías
- 7 Derivadas e Integrales
- 8 Integración

En Maple podemos realizar las operaciones básicas con números. En la siguiente tabla se presentan algunos símbolos básicos:

Símbolo	Operación	Ejemplo
+	adición	$a+b$
-	Substracción	$a-b$
/	división	$a/b$
^	exponenciación	$a^b$

**Cuadro:** Símbolos de Operadores básicas

En la siguiente tabla se muestran algunos ejemplos de aplicación de operadores: a la izquierda aparece la expresión ingresada en Maple, a la derecha el resultado:

Entrada	Salida
$3 + 1/3;$	$\frac{10}{3}$
$4 - 2/5;$	$\frac{18}{5}$
$2 + 3.5;$	5.5
$\text{sqrt}(45);$	$3\sqrt{5}$
$\text{sqrt}(128);$	$8\sqrt{2}$
$\text{evalf}(\text{sqrt}(128));$	11.31370850
$2,3 + 4,1;$	2,7,1

Cuadro: Operaciones básicas

# Temas

- 1 Introducción
- 2 Cálculo Numérico con Maple
- 3 Variables en Maple**
  - Programas
  - Variables
- 4 Ecuaciones como valores de variables
- 5 Gráficas de Funciones
- 6 Librerías
- 7 Derivadas e Integrales
- 8 Integración

# ¿Qué es un programa?

Un programa de computadora es, esencialmente, un listado de instrucciones que, al ser ejecutadas por el sistema, resultan en la solución deseada.

Dicho listado corresponde al algoritmo diseñado para calcular la solución del problema.

Cuando se ejecuta el programa, se realiza un proceso que, en cada etapa, procesa información almacenada en lugares de memoria y/o ejecuta interacciones con dispositivos acoplados a la computadora.



# ¿Qué es una variable?

El concepto de variable consiste de

- Un lugar de memoria
- Un nombre asociado al lugar.

En el siguiente programa se emplean las variables  $x$ ,  $y$ ,  $z$ :

```
x := 3;  
y := 2*x + 5;  
y;
```

# Temas

- 1 Introducción
- 2 Cálculo Numérico con Maple
- 3 Variables en Maple
  - Programas
  - Variables
- 4 Ecuaciones como valores de variables**
- 5 Gráficas de Funciones
- 6 Librerías
- 7 Derivadas e Integrales
- 8 Integración

# Solución de Sistemas Lineales (I)

En Maple los “valores” de las variables pueden ser estructuras complejas de datos. Consideremos el sistema lineal

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad (1)$$

En Maple podemos obtener su solución ejecutando el siguiente programa:

```
ecua1:=3*x + y = 1;
ecua2:=2*x - y = 4;
sol:=solve([ecua1,ecua2],[x,y]);
```

La respuesta de Maple es

```
sol:={x = 1, y = -2}
```

## Solución de Sistemas Lineales (II)

La solución del sistema lineal

$$\begin{cases} 3x + y + 2z & = & 2 \\ x & + z & = -1 \\ 2x + y & & = 3 \end{cases} \quad (2)$$

se logra al ejecutar el programa

```
ecua1:=3*x + y + 2*z = 2;
ecua2:=x + z = -1;
ecua3:=2*x + y = 3;
sol:=solve({ecua1,ecua2,ecua3},{x,y,z});
```

La respuesta de Maple es

```
sol:={x = -1, y = 5, z = 0}
```

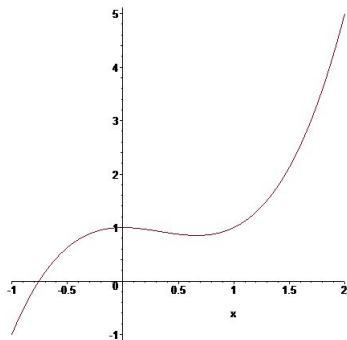
# Temas

- 1 Introducción
- 2 Cálculo Numérico con Maple
- 3 Variables en Maple
  - Programas
  - Variables
- 4 Ecuaciones como valores de variables
- 5 Gráficas de Funciones**
- 6 Librerías
- 7 Derivadas e Integrales
- 8 Integración

# Funciones y gráficas (I)

El programa presentado permite graficar la función  $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ .

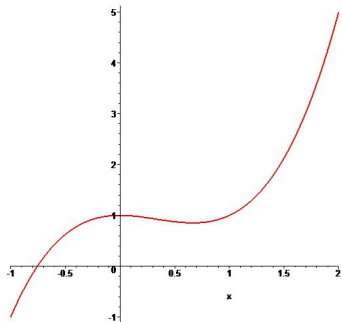
```
with(plots)
f:=x -> x^3 -x^2 + 1;
plot(f(x), x=-1..2);
```



## Funciones y gráficas (II)

La mayoría de las instrucciones en Maple permiten el acceso a características relevantes del objeto representado.

```
with(plots)  
f:=x -> x^3 -x^2 + 1;  
plot(f(x), x=-1..2, color=red, thickness=2);
```

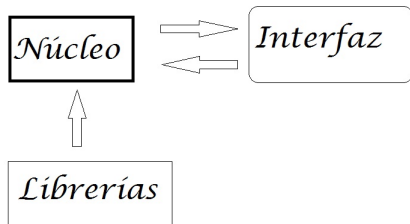


# Temas

- 1 Introducción
- 2 Cálculo Numérico con Maple
- 3 Variables en Maple
  - Programas
  - Variables
- 4 Ecuaciones como valores de variables
- 5 Gráficas de Funciones
- 6 Librerías**
- 7 Derivadas e Integrales
- 8 Integración



# Modelo básico de Maple



La estructura básica de Maple consiste de:

- 1 Un **núcleo** que realiza todo el trabajo de cómputo.
- 2 Una **interfaz** que despliega la entrada y la salida para que el usuario pueda interactuar con el sistema.
- 3 Un conjunto de **librerías** cada una de las cuales es un conjunto de rutinas especializadas.

# Temas

- 1 Introducción
- 2 Cálculo Numérico con Maple
- 3 Variables en Maple
  - Programas
  - Variables
- 4 Ecuaciones como valores de variables
- 5 Gráficas de Funciones
- 6 Librerías
- 7 Derivadas e Integrales**
- 8 Integración

# Derivadas

La derivada, con respecto a  $x$ , de  $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ , se obtiene ejecutando el programa

```
f:=x -> x^3 -x^2 + 1;
diff(f(x), x);
```

Podemos graficarla, para  $x \in [-1, 2]$  con la instrucción

```
f:=x -> x^3 -x^2 + 1;
plot(diff(f(x), x), x=-1..2);
```

En particular, podemos evaluar  $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=2}$  ejecutando

```
eval(diff(f(x), x), x=2);
```

# Recta Tangente

Sabemos que la ecuación punto pendiente de una recta está dada por

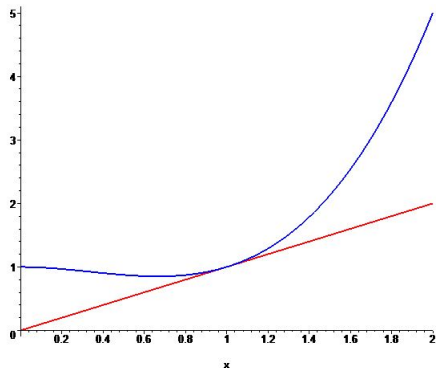
$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad (3)$$

en donde  $(x_0, y_0)$  es el punto de tangencia y  $m$  es la pendiente de la recta.

En el programa que mostramos a continuación, calculamos la ecuación de la recta tangente a la función  $f(x) = x^3 - x^2 + 1$  en  $x = 1$  y graficamos ambas funciones.

```
f:=x -> x^3 -x^2 + 1;
x0:=1;
y0:= eval(f(x), x=x0);
m:= eval(diff(f(x),x), x= x0);
r:=x -> m*(x - x0) + y0;
plot([f(x),r(x)], x=0..2,color=[blue,red],
      thickness = 2);
```

# Gráfica de $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ y recta tangente en $(1, 1)$



# Temas

- 1 Introducción
- 2 Cálculo Numérico con Maple
- 3 Variables en Maple
  - Programas
  - Variables
- 4 Ecuaciones como valores de variables
- 5 Gráficas de Funciones
- 6 Librerías
- 7 Derivadas e Integrales
- 8 Integración**

# Integrales

En la siguiente tabla mostramos cómo se emplea el comand `int` en el cálculo de integrales.

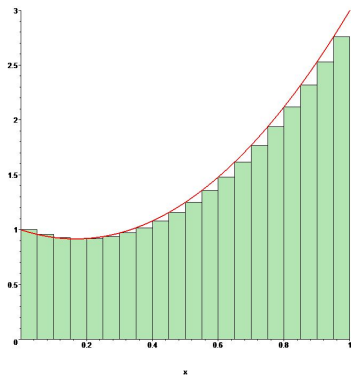
Integral	En Maple
$\int (x^2 - 3x + 1) dx$	<code>int (x^2 -3*x + 1, x);</code>
$\int x \operatorname{sen}(x) dx$	<code>int (x*sin(x), x);</code>
$\int \sqrt{x+1} dx$	<code>int (sqrt(x+1), x);</code>
$\int x e^{x^2} dx$	<code>int (x*exp(x^2), x);</code>
$\int_{x=0}^{x=1} (x^2 - 3x + 1) dx$	<code>int (x^2 -3*x + 1, x=0..1);</code>

**Cuadro:** Integración en Maple

La librería **student** nos permite representar y calcular sumas de Riemann. El programa

```
with(student);  
f:=x -> 3*x^2 - x + 1;  
leftbox(f(x), x=0..1, 20);
```

produce la gráfica





la misma librería permite calcular el valor de dicha suma de Riemann con el comando

```
r:=leftsum(f(x), x=0..1, 20);
```

Al ejecutarlo resulta  $\frac{1}{20} \left[ \sum_{i=0}^{19} \left( \frac{3}{400} i^2 - \frac{1}{20} i + 1 \right) \right]$

El comando `evalf(r)` nos da el valor 1.451250000

La librería **student** consiste de siete subpaquetes: Calculus1, LinearAlgebra, MultivariateCalculus, NumericalAnalysis, Precalculus, Statistics, VectorCalculus.

Se emplean comandos similares a

```
with(Student[Calculus1]);
```

para invocar los paquetes.

# Conclusiones






Hemos señalado algunas características de Maple y esperamos que mi exposición les permita percibir las ventajas y dificultades del entorno que nos proporciona el lenguaje Maple.

En todo caso, debemos recordar que el propósito de la tecnología debe ser el de motivar al estudiante en el aprendizaje de la matemática.

Como bien lo señaló Richard Hamming, la cuestión no es el de calcular números, sino el comprender el problema que deseamos resolver; nuestra búsqueda activa de soluciones debe consistir en explorar patrones, en formular y explorar conjeturas.

La tecnología debe ser instrumento liberador del espíritu y no una cadena que nos mantenga atados al pasado.

# Referencias

-  David Betounes and Mylan Redfern, *Mathematical computing: an introduction to programming using Maple*, Springer, 2002.
-  J.M. Borwein and M.P. Skerritt, *An introduction to modern mathematical computing: With maple®*, Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology, Springer, 2011.
-  Frank Garvan, *The Maple book*, CRC Press, 2010.
-  Darren Redfern, *Getting Started With Maple*, The Maple Handbook, Springer, 1994, pp. 9–33.
-  Francis Wright, *Computing with Maple*, CRC Press, 2001.



# Muchas gracias